

تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوابقات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1$ برابر با 4π است. ب) تابع تائزنانت در بازه $(-\pi, \pi)$ ، تابعی صعودی است. پ) تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد. ت) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است.	۱
۱	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = -3f(\frac{x}{3}) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید. 	۲
۱/۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.	۳
۱	اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^3 + mx^2 + 2m + 1$ بر $x-2$ برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = mx^3 - mx^2 + 2x + 1$ را تعیین کنید.	۴
۱/۲۵	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. 	۵
۱/۲۵	معادله مثلثاتی $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید.	۶

تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوانح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۰ صبح	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
۷	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.	۱/۲۵
۸	مجانب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵
۹	تابع ۱ $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{\Delta \tan x}{1 - \sin x}$ ب) $g(x) = \cos^4(x^2)$ پ) $h(x) = (3x + 5)^6$	۲/۲۵
۱۱	اگر $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f + g)'(4) + (f \times g)'(1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می کند به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 - 6x$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.	۱/۲۵
۱۴	نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -11)$ می باشد، مقدار a و b را بیابید.	۱/۵
۱۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+2}$ رارسم کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲ http://aee.medu.gov.ir			مرکز ارزشیابی تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	(الف) درست (صفحه ۲۷ کتاب) (ب) نادرست (صفحه ۳۱ کتاب) (ت) درست (صفحه ۵۳ کتاب)	(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۲	(صفحه ۱۲ کتاب) (۰/۵) $R = [-1, 8]$	۱
۳	(صفحه ۲۱ کتاب) اکیداً صعودی $[1, +\infty)$ و $(-1, 0)$ اکیداً نزولی $(-\infty, -1]$	۱/۵
۴	(صفحه ۲۲ کتاب) $p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$ $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$	۱
۵	(صفحه ۳۳ کتاب) $T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \rightarrow b = \frac{\pi}{3}$ $\max = 6$ $\min = -2$	۱/۲۵
۶	(صفحه ۴۴ کتاب) $y = a \sin bx + c \rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2$ ($\rightarrow y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2$) $\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $(0/5) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$ $(0/25) \Rightarrow$ $\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, k \in \mathbb{Z}$ $(0/5)$	۱/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲ http://aee.medu.gov.ir			مرکز ارزشیابی تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$\lim_{x \rightarrow (-\infty)^-} \frac{x^3 + 2x - 15}{x^3 + 1 \cdot x + 25} = \lim_{x \rightarrow -\infty^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-\infty}{\infty} = +\infty \quad (+/25) \quad (\text{صفحه ۵۳ کتاب})$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 4}{-2x^3 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{-2x^3} = -\frac{1}{2} \quad (+/25) \quad (\text{صفحه ۵۸ کتاب})$	۱/۲۵
۸	$-x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = 1, x = -4 \quad (+/25) \quad (\text{صفحه ۶۹})$ $x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5} \quad (+/25) \quad \text{پس قائم نیست}$ $x = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{\infty} = \infty \quad (+/25) \quad \text{پس } x = -4 \text{ مجانب قائم است.}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad (+/25) \quad \text{مجانب افقی}$	۱/۵
۹	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-2}{x-1} = 1 \quad (+/5)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} = 3 \quad (+/5)$ $f'_+(1) \neq f'_-(1) \quad (+/25) \quad \text{در نتیجه تابع در } x = 1 \text{ مشتق پذیر نیست.}$	۱/۲۵
۱۰	$f'(x) = \frac{\overbrace{\Delta(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x)}^{(+/5)} - \overbrace{(-\cos x)(\Delta \tan x)}^{(+/5)}}{\underbrace{(1 - \sin x)^2}_{(+/25)}} \quad (\text{صفحه ۱۰۱})$ $(b) g'(x) = -4 \cos^2(x) \times 2x \times \sin(x) \quad (+/5) \quad (\text{صفحه ۹۶})$ $(c) h'(x) = 6 \times 3 \times (3x + 5)^5 \quad (+/5)$	۲/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲ http://aee.medu.gov.ir			مرکز ارزشیابی تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۱	$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x) = (6(x)^3) + \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{(0/25)} = 6x^3 + \frac{1}{4} \quad (0/25)$ $f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{1}}\right)(3)}_{(0/25)} = 6 + \frac{3}{2} \quad (0/25)$ $(f+g)'(x) + (f \times g)'(x) = 6x^3 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{4} \quad (0/5)$	۱/۵												
۱۲	$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5} \quad (0/25)$	۰/۷۵												
۱۳	$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad x = 4 \notin [-2, 3] \quad (0/25)$ $f(-2) = -32, \quad f(0) = 0, \quad f(3) = -27 \quad (0/25)$ $= -32 \text{ مینیمم مطلق} \quad (0/25) \quad = 0 \text{ ماکزیمم مطلق} \quad (0/25)$	۱/۲۵												
۱۴	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ $f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11 \quad (0/5)$ $f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \quad (0/5) \Rightarrow a = -3 \quad (0/25) \Rightarrow b = -6 \quad (0/25)$	۱/۵												
۱۵	$y' = \frac{2(x+3) - 1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} > 0 \quad (0/25) \quad \text{اکیداً صعودی}$ $x = -3 \quad (0/25) \quad \text{مجاذب افقی} \quad y = 2 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-∞</td> <td>-3</td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td style="background-color: #cccccc;">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>+∞</td> <td>-∞ 2</td> </tr> </table> <p>جدول (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	x	-∞	-3	+∞	y'	+	+	+		2	+∞	-∞ 2	۱/۷۵
x	-∞	-3	+∞											
y'	+	+	+											
	2	+∞	-∞ 2											
۲۰	جمع بارم	« همکاران گرامی لطفا به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید . »												